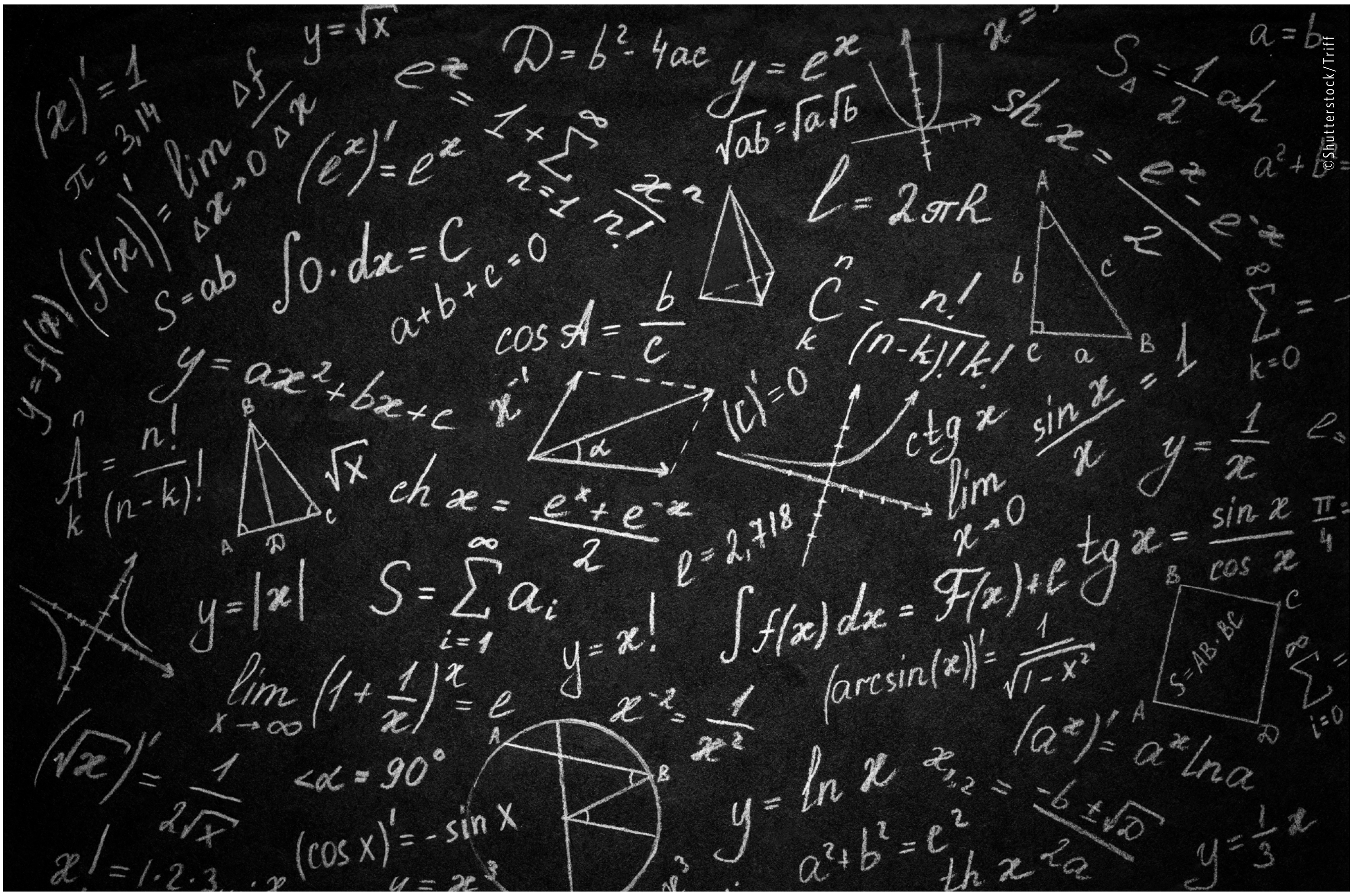
sciencemagazine
N.18 — APRILE 2017

La nascita del principe dei matematici

di **Giovanna Guidone**

Il grande matematico Carl Friedrich Gauss ha espresso fin da bambino il suo talento: dalla somma dei numeri da 1 a 100 alla costruzione con riga e compasso, ecco i suoi primi, notevoli risultati.



La genialità di Gauss si è espressa nel saper rendere semplici ciò che all'apparenza è complesso

Immaginate una mattina uggiosa di quelle che capitano in certi paesi del Nord Europa, una classe di scolaretti di 10 anni, vivaci e irrequieti perché non si può andare a giocare fuori, e un maestro dai metodi decisamente severi con una disperata esigenza di avere mezz'ora di quiete.
Questa è all'incirca la scena, a metà tra storia e leggenda, in cui fece il suo esordio matematico pubblico colui che passerà alla storia come il *Princeps Mathematicorum*.
Quella mattina il maestro Büttner, arrivando nella classe di Carl Friedrich Gauss, nella sua scuola di Braunschweig, un piccolo paese della bassa Sassonia, ebbe un'idea brillante. «Per tenere buoni questi pargoli – si disse – la matematica può tornarmi utile.»
Così, appena entrato, propose ai suo alunni un quesito di aritmetica: «Sommate i numeri da uno a cento – tuonò – e il primo che avrà ottenuto il risultato corretto porti la sua lavagnetta qui alla cattedra».

Ritratto di
Carl Friedrich Gauss

UN ALUNNO STRAORDINARIO

Forse il maestro non si era reso conto di chi avesse come alunno. Ragazzino vivace, figlio di un giardiniere, guardiano dei canali e fornaciaio, Carl Friedrich aveva già dato prova di un talento straordinario. Si narra che all'età di soli tre anni, guardando il padre che consegnava la paga settimanale ai suoi operai, si accorse di un errore di calcolo. Ciononostante, il padre, uomo molto concreto, non apprezzava l'idea che il figlio proseguisse negli studi e voleva che si avviasse a uno dei mestieri di famiglia. Le sue doti, invece, erano tenute in gran considerazione dalla mamma, che fu sempre la sua più grande sostenitrice.
Quella mattina, a scuola, dopo un minuto sulla lavagnetta di Gauss era comparso il risultato: 5050. La somma esatta dei numeri da 1 a 100! Probabilmente il maestro lo mandò a posto: non sappiamo come proseguì la lezione.

IL GUIZZO DEL GENIO

Sappiamo però che la velocità della risposta non era dovuta a una straordinaria abilità nei calcoli. Gauss non sarebbe diventato la persona più autorevole e poliedrica del panorama matematico del XIX secolo solo per le doti di calcolo, che pure possedeva. Ciò che Gauss quel giorno mostrò fu piuttosto il talento dei geni, che spesso consiste nel saper rendere semplici e trasparenti cose macchinose e senza apparenti connessioni interne. E quando queste intuizioni vengono esplicitate, succede, come succederà a voi tra un attimo, che le persone *normali* si trovino a pensare «Ma certo, che idea banale! Avrei potuto arrivarci anche io».
Ebbene, l'idea del giovanissimo Gauss fu molto semplicemente quella di rintracciare una simmetria nella somma che il maestro aveva assegnato alla classe: per sommare 1+2+3+....+98+99+100 si possono ripetere i numeri su due righe così:

1	2	3	...	...	...	99	100
100	99	98	...	...	...	2	1

Abbiamo davanti agli occhi 100 colonne la cui somma è sempre uguale a 101. La somma di tutti i numeri in tabella è pertanto 100x101.
E poiché i numeri sono il doppio di quelli dati dal maestro, il risultato cercato è 50x101.
Una volta rivelata questa simmetria, non sarà difficile sommare i numeri da 1 a 500, da 100 a 1000 e così via. Se volete essere sicuri di aver capito, potete provare ad applicare il metodo di Gauss per calcolare la somma dei primi cento numeri dispari.

MAESTRI LUNGIMIRANTI

Il burbero maestro di Gauss fu impressionato da questa prestazione dell'alunno e generosamente gli regalò il miglior libro di matematica che aveva. Lo affidò inoltre alle cure di un suo giovane assistente che, sebbene avesse incarichi minori a scuola, mostrava talento e interesse per la matematica. Costui si prodigò perché il ragazzino avesse il sostegno delle ricche famiglie locali e il piccolo Gauss finì per diventare il protetto del Duca di Brunswick, che gli assicurò i mezzi economici sufficienti perché potesse finire gli studi secondari e quelli universitari. Gauss era uno studente brillante in tutti i campi: a lungo coltivò il dubbio se studiare matematica o dedicarsi alle lettere classiche. Ciò che lo fece decidere fu il successo che maturò a diciannove anni, quando riuscì a trovare la soluzione a un problema che aveva tenuto in scacco i matematici per millenni.
Questo problema riguarda la costruzione con riga e compasso dei poligoni regolari.

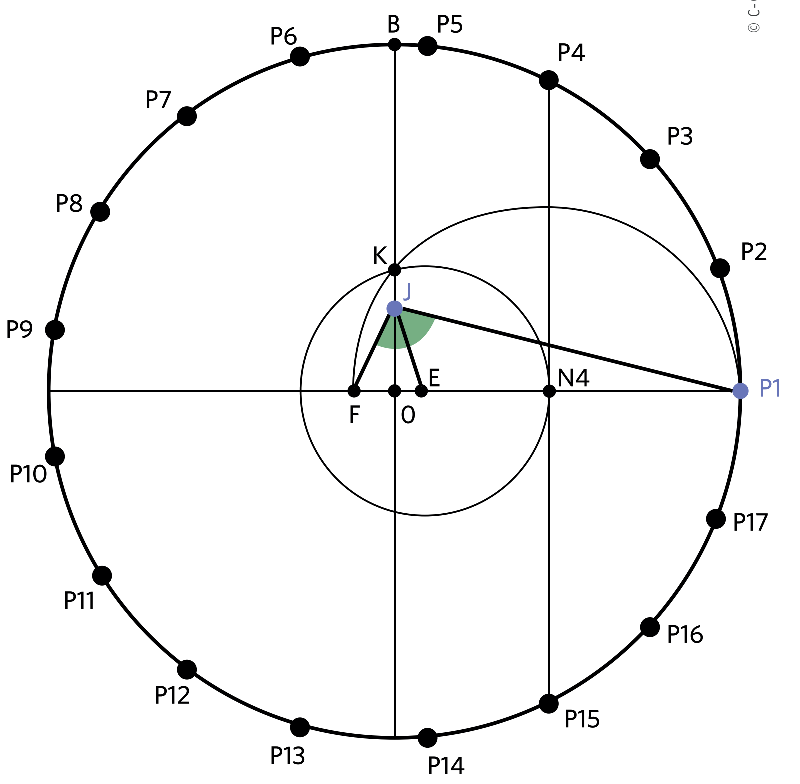
LA COSTRUZIONE CON RIGA E COMPASSO

Eseguire una costruzione con riga e compasso significa tracciare rette, semirette, segmenti e circonferenze servendosi esclusivamente di una riga (non graduata) e di un compasso con apertura da 0 a infinito. Si possono costruire con riga e compasso il punto medio di un segmento e la parallela e la perpendicolare a una retta passanti per un punto. Inoltre, dati due segmenti di lunghezza a e b (con a e b reali positivi) è possibile costruire con riga e compasso segmenti la cui lunghezza rappresenta la somma, la differenza, il prodotto e il quoziente tra a e b.
E si può anche costruire la radice quadrata di a.

Negli *Elementi*, Euclide fornisce costruzioni esplicite o indicazioni per costruire con riga e compasso i poligoni con 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15 e 16 lati. Nessuno però, nonostante i numerosi tentativi, era riuscito a stabilire se un poligono di diciassette lati fosse costruibile con riga e compasso.
La novità rivoluzionaria introdotta dal giovane Gauss fu quella di tramutare il problema geometrico della costruibilità con riga e compasso nel problema algebrico della risolubilità di una certa equazione. La strada, se ci pensate bene, era stata aperta 140 anni prima con l'introduzione delle cosiddette coordinate cartesiane, che trasformano problemi algebrici in problemi geometrici e viceversa. Gauss partì dal fatto che ogni singolo passo di una costruzione fatta con riga e compasso, quando viene letto sul piano cartesiano, corrisponde alla soluzione di un'equazione di primo o secondo grado (come quelle che scaturiscono dall'intersezione fra due rette o di due circonferenze). Con ragionamenti algebrici, Gauss dimostrò che un poligono regolare di *n* lati è costruibile con riga e compasso se e solo se *n* è una potenza intera di 2 o il prodotto di una potenza di 2 e di uno o più primi di Fermat, cioè primi della forma $2^{2^n}+1$.
Quindi un poligono di 17 lati si può costruire con riga e compasso perché $17=2^4+1$ (a questo indirizzo un'animazione che mostra la costruzione di un eptadecagono: link.pearson.it/55EFBB27).
Fu proprio questa scoperta che spinse il giovane verso la carriera di matematico, allontanandolo per sempre dallo studio delle lingue.

MA ANCHE MAESTRI OTTUSI

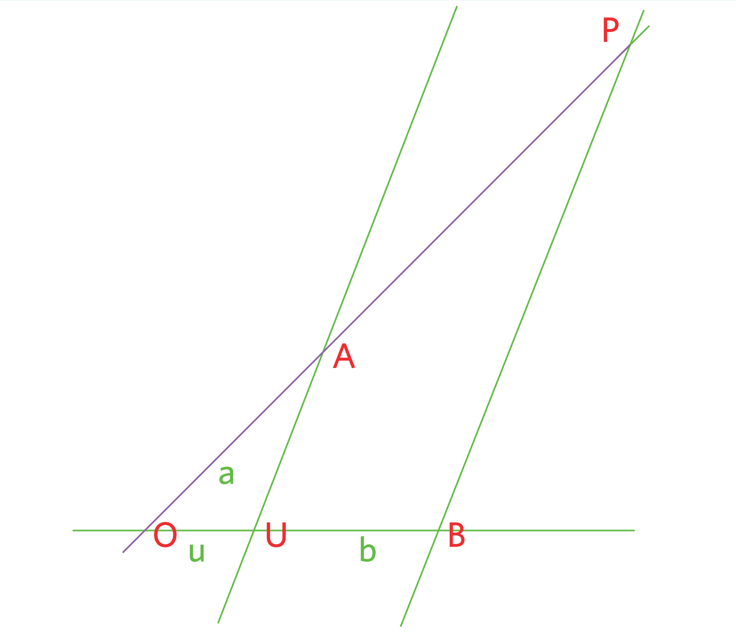
Anche l'episodio della scoperta della costruibilità dell'eptadecagono è caratterizzato, nella vita di Gauss, dalla particolare interazione con un maestro. Sembra infatti che quando lo studente gli mostrò con fierezza il risultato ottenuto, Erich Kästner, insegnante di Gauss a Gottinga, lo abbia liquidato sostenendo che si trattava di una questione di scarso interesse.
Gauss pubblicò ugualmente il suo risultato, che gli recò fama e soddisfazioni così grandi che egli chiese che un eptadecagono fosse inciso sulla sua tomba. Il suo desiderio non fu esaudito, perché il marmista sosteneva che un poligono di 17 lati inciso nel marmo non si distingue da un cerchio. Se andate a Braunschweig, però, potete cercare il monumento a Gauss sul cui basamento, di lato, è stata incisa una stella a 17 punte.
Probabilmente Gauss serbò per tutta la vita gratitudine per il suo burbero maestro di scuola elementare. Quanto a Kästner, lo ripagò della stessa moneta: poiché l'ottuso professore si vantava anche



La costruzione dell'eptadecagono di Gauss

METTITI ALLA PROVA CON UNA SEMPLICE COSTRUZIONE CON RIGA E COMPASSO

Guarda la figura qui sotto. Supponiamo che OU abbia lunghezza 1 e rappresentiamo due numeri *a* e *b* (maggiori di zero) attraverso le lunghezze dei segmenti OA e UB. Cerca di spiegare perché nella costruzione mostrata in figura sia rappresentato un segmento la cui lunghezza è esattamente il prodotto tra a e b. Come suggerimento, puoi considerare il fatto che i triangoli OAU e OPB sono simili...

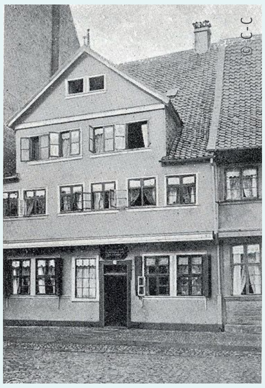


di essere un poeta, Gauss lo lodò come il miglior poeta fra tutti i matematici e il miglior matematico fra tutti i poeti.

PRINCEPS PER LUNGHI SECOLI

Nessuno dei suoi insegnanti avrebbe comunque immaginato che Gauss sarebbe diventato il *Princeps* della matematica tutta, dando il via a innumerevoli filoni di ricerca ancora oggi molto attuali.
Egli infatti si occupò di meccanica celeste (previde con esattezza il passaggio di Cerere, un pianeta nano di cui nessuno riusciva a seguire l'orbita), introdusse importanti concetti statistici (la "gaussiana" è una curva di cui avrete sentito parlare), si dedicò allo studio della geometria intrinseca della superficie (su cui riposa la Teoria della Relatività), raggiunse risultati inattesi in teoria dei numeri (nelle *Disquisitiones* inventò la teoria delle congruenze) e molto altro.
Pubblicava i suoi risultati dopo molte meditazioni e solo quando li considerava *maturi*.
Si è detto che se avesse divulgato tutto ciò che sapeva, la matematica avrebbe fatto un improvviso balzo in avanti di cinquanta anni, ma che, poi, ci sarebbero voluti cinquanta anni affinché i matematici dell'epoca comprendessero i suoi risultati. ●

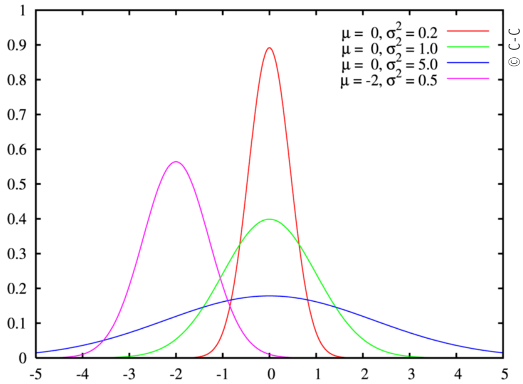
Tomba di Gauss nel cimitero *Albanifriedhof* di Gottinga



Casa natia di Gauss

UN ANEDDOTO, TANTI DETTAGLI

L'aneddoto del compito difficile proposto dal maestro Büttner che abbiamo raccontato in apertura è riportato in moltissime biografie di Gauss, ma con dettagli differenti. Il *locus classicus* che contiene quest'episodio è un volume pubblicato un anno dopo la morte del matematico ad opera di Wolfang Sartorius, un professore di geologia all'Università di Gottinga, dove insegnava Gauss. Nel brano, però, non si fa riferimento ai numeri da 1 a 100, né tantomeno al metodo che Gauss avrebbe seguito per sommarli. Tra le tante versioni dell'accaduto, consiglio di leggere quella fornita da E. T. Bell nel suo libro impagabile *I Grandi Matematici* (Rizzoli, 1997), che è una miniera inesauribile di episodi pittoreschi narrati spesso con notevole inventiva.



La distribuzione gaussiana degli errori

Giovanna Guidone
dopo la laurea in matematica all'Università di Pavia e il dottorato in fisica matematica a Pisa si è dedicata all'insegnamento nella scuola secondaria ed è titolare dei corsi di analisi e di statistica e probabilità all'Università Politecnica delle Marche. Ama la storia e le storie della matematica.